CALCOLO VETTORIALE

LA STATICA

Per descrivere la parte della meccanica che si interessa specificamente delle relazioni tra le forze che agiscono sui corpi che si trovano in uno stato di equilibrio, o di quiete, si fa ricorso al termine *statica*.

1 Quantità Vettoriali e Scalari

Nello studio della meccanica viene fatta una distinzione tra quantità scalari e vettoriali. Le quantità *scalari* possono essere adeguatamente caratterizzate solo dalla loro intensità (ad esempio la temperatura in un punto). Le quantità *vettoriali* devono essere caratterizzate in termini sia di intensità (modulo) che direzione. Le forze sono tipicamente quantità vettoriali, come anche ad esempio gli spostamenti. Vedremo che anche i momenti sono quantità vettoriali, anche se in alcuni casi possono essere trattati come delle quantità scalari.

Come accenntato in precedenza, alcune grandezze fisiche possono essere definite solamente con un numero, come ad esempio la temperatura di una stanza; queste grandezze sono dette *scalari*. Altre necessitano oltre al numero anche di una direzione, ad esempio per descrivere compiutamente uno spostamento diremo che ci siamo mossi in una certa direzione per una certa lunghezza. Queste grandezze sono dette *vettori*. Un vettore e' una grandezza definita dall'unione di uno scalare - un numero sempre positivo chiamato *modulo* del vettore - e di una direzione.

Poiche' i vettori non sono definiti solo da un numero, come invece lo sono gli scalari, devono essere indicati in modo da poter essere riconosciuti con facilita', ad esempio con una barra o una freccia come $\vec{V}$ o $\overline{V}$ oppure con un simbolo in grassetto come **V**.

Rappresentazione grafica di un vettore

Una quantità vettoriale può essere rappresentata con un segmento orientato (una freccia) chiamato **vettore**; la direzione, rispetto ad una asse prefissato, denota la direzione associata alla quantità vettoriale. La lunghezza del segmento, disegnata in una certa scala, rappresenta l'intensità (o il modulo) della quantità [si veda la Figura 1(a)].

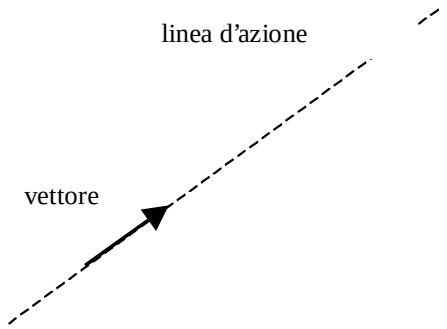


Figura 1 - Vettori, interazione tra due forze, risultante e parallelogramma delle forze.

Quindi,graficamente, un vettore viene rappresentato con una freccia diretta come la direzione del vettore, la lunghezza della freccia è proporzionale al modulo del vettore.

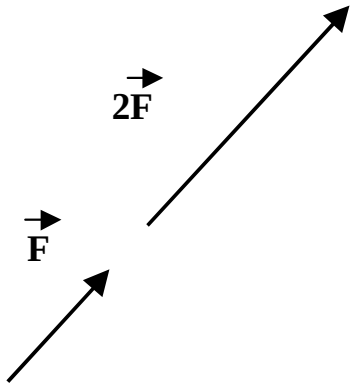


Fig. 2: due vettori di uguale direzione ma modulo doppio l'uno dell'altro.

Dato che il modulo è una delle proprieta' importanti di un vettore, vi sono dei modi convenzionali, specializzati, per indicarlo. Il modulo del vettore **V** viene indicato con il simbolo |**V**| oppure semplicemente con *V*.

Vettori di modulo unitario: versori
Un caso particolare di vettore sono i vettori che hanno modulo (lunghezza del segemento orientato che li rappresenta) unitario. Vettori di questo tipo comunicano una sola informazione importante: la loro direzione. Per questo motivo vengno chiamati con il nome particolare di *versori*. Un versore è individuato solo dalla direzione (dato che, per convenzione, ci si è messi d'accordo che hanno modulo unitario). Viceversa, una direzione particolare può essere individuata dandone il versore.

Opposto di un vettore
Indicato con **V** un vettore, un altro vettore che abbia lo stesso modulo (stessa lunghezza della freccia nella rappresentazione grafica), ma direzione opposta, viene detto il vettore opposto del vettore **V** e viene indicato con –**V** (Figura 3). Il segno negativo preposto a **V** indica un nuovo vettore avente modulo uguale al modulo di **V** ma direzione opposta a quella di quest'ultimo. Si noti che **V** e –**V** hanno moduli uguali: |**V**| = |-**V**|.

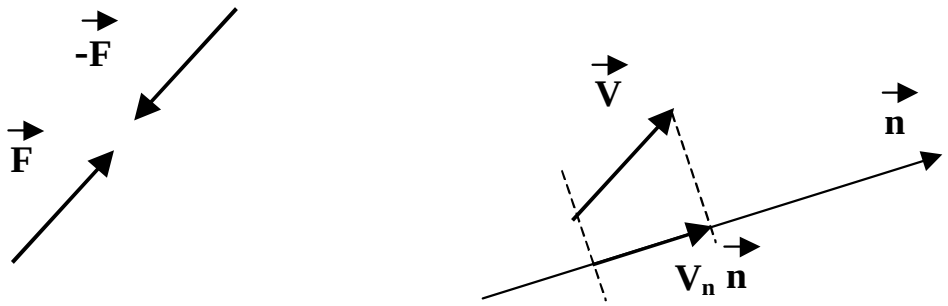


Fig. 3: Opposto di un vettore e componente di un vettore.

Il componente(la componente) di un vettore lungo una direzione
Data una direzione, individuata dal versore ***n***, facciamo passare due piani π_1 e π_2, ortogonali alla direzione data dal versore ***n***, rispettivamente per l'inizio di **V** (punto di inizio della freccia che rappresenta graficamente **V**) e per la fine di **V**. Definiamo *il componente* di **V** lungo la direzione di ***n*** il vettore $\mathbf{V}_n$ che inizia nell'intersezione di π_1 con la retta ottenuta prolungando ***n*** e termina nell'intersezione di π_2 ancora con tale retta. Il componente di un vettore è ancora un vettore (Figura 3).
Il modulo del vettore componente viene utilizzato per definire la componente V_n del vettore **V** lungo la direzione di ***n***. Se il componente $\mathbf{V}_n$ ha la stessa direzione di ***n***:

$V_n = |\mathbf{V}_n|$

In questo caso la componente e' positiva. Se invece $\mathbf{V}_n$ ha direzione opposta ad ***n***:

$V_n = -|\mathbf{V}_n|$

In quest'ultimo caso la componente e' negativa.

Con queste definizioni è possibile scrivere che un vettore si ottiene moltiplicando un versore per uno scalare (il modulo del vettore):

$\mathbf{V}_n = V_n \boldsymbol{n}$

Come si calcola la componente di un versore? Graficamente operando come è stato più sopra descritto. Analiticamente, applicando la definizione di protto scalare tra due vettori:

$V_n = \mathbf{V}_n \boldsymbol{n} = |\boldsymbol{V}|\ |\boldsymbol{n}| \cos \varphi_{\mathbf{Vn}} = V\ .1 \cos \varphi_{\mathbf{Vn}}$

Dove, $|\mathbf{V}|$ è il modulo del vettore **V**, $|\mathbf{n}|$ il modulo del versore n (che, però, è 1) e $\varphi_{\mathbf{Vn}}$ l'anglo tra la direzione di **V** e quella di **n**. Questo anglolo puù essere indifferentemnete misurato come l'angolo di cui bisogna ruotare **n** per sovrapporlo a **V** (anglo tra **V** e **n**) oppure l'angolo di cui bisonga ruotare **V** per sovrapporlo a **n** (angolo di **n** rispetto a **V**).

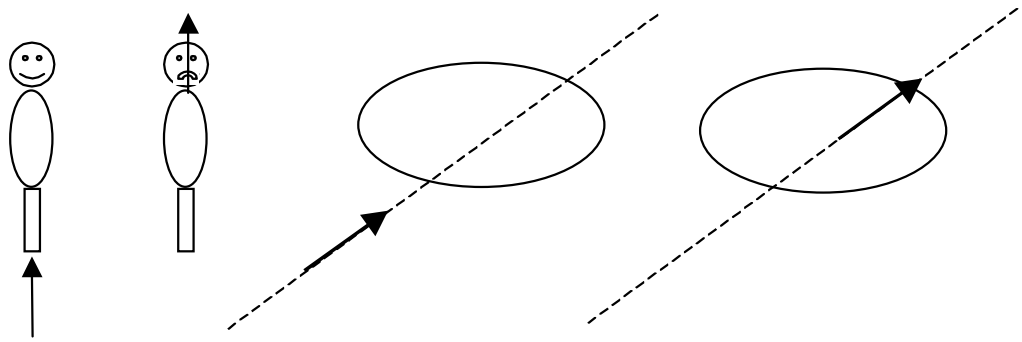
FORZE E MOMENTI

Una forza è la conseguenza di una interazione diretta tra corpi. Forze di interazione hanno l'effetto di causare cambiamenti nella forma o nel moto, o entrambi, dei corpi coinvolti.

In generale gli effetti dei carichi agenti sulle costruzioni possono essere ricondotti a forze dirette in direzione verticale ed orizzontale e ai momenti generati da queste forze. Le forze provocano la traslazione ed i momento la rotazione sulla struttura. Pensando ad un corpo vincolato a restare su di un piano (ad esempio, un libro appoggiato su di un tavolo), una traslazione impone lo stesso spostamento a tutti i punti; una rotazione è caratterizzata dal fatto che un punto non trasla, questo è il punto attorno al quale avviene la rotazione. E' questo il tipo di effetti cui siamo interessati.

2 Forze applicate ai corpi rigidi

Le forze sono un caso particolare di vettori. La linea d'azione di una forza è la linea di lunghezza infinita di cui il vettore forza ne è un segmento. Nel corso, la maggior parte delle strutture trattate saranno essenzialmente formate da corpi che si deformano solo impercettibilmente sotto gli effetti delle forze, tanto da poter essere considerati rigidi a tutti gli effetti. Per questi **corpi rigidi** si può assumere che il punto di applicazione di una forza possa essere spostato in un qualsiasi altro punto della retta d'azione della forza stessa senza alterare gli effetti traslatori o rotatori della forza sul corpo. Si pensi, ad esempio, ad un libro fatto traslare sul piano del tavolo prima spingendolo, poi tirandolo. Quindi, una forza applicata ad un corpo rigido **può** essere pensata come agente lungo la sua retta d'azione in un punto qualsiasi di quest'ultima.



Approfondiamo questo concetto analizzando la differenza tra l'applicazione di una forza ad un corpo deformabile e ad un corpo rigido. A questo scopo è utile l'esempio dell'"impiccato": se un uomo fosse un corpo rigido, sarebbe pertanto possibile traslare la forza che si oppone al suo peso, per sorreggere il corpo, lungo la sua retta d'azione. Si otterrebbe lo stesso effetto statico indifferentemente applicando la forza che lo sorregge al di sotto dei suoi piedi

(come quando camminiamo) o al di sopra del suo collo. Ma essendo il corpo (il collo) deformabile, gli effetti non saranno certamente gli stessi! Noi però lavoriamo, per ora, solo con corpi pensati rigidi.

3 Sistemi Staticamente Equivalenti

Introduciamo ora la nozione di equivalenza statica. Due sistemi di forze vengono detti staticamente equivalenti quando, applicati ad un corpo, un sistema può essere sostituito all'altro senza causare alcun cambiamento della traslazione o della rotazione del corpo. In altre parole: Quando il secondo sistema ha gli stessi effetti del primo sistema.

3.1 Parallelogramma delle Forze

Essenziale per lo studio del comportamento strutturale è conoscere il risultato dell'interazione di diversi vettori forza agenti su un corpo. Questo può essere studiato in termini di legge di addizione dei vettori. Storicamente il primo metodo per sommare quantità vettoriali era basato sulla *legge del parallelogramma*. In termini di vettori di forza, questa legge afferma che quando le linee di azione di due forze si intersecano, esiste una singola forza, o *risultante*, con effetto esattamente equivalente a quello delle due forze di partenza, rappresentata dalla diagonale del parallelogramma formato usando i due vettori forza come lati del stesso [si veda la Figura 4-a]. In generale, la forza risultante è il più semplice sistema di forze a cui può essere ricondotto un sistema più complesso senza modificarne gli effetti che ha sul corpo sul quale agisce. La Figura 4-b mostra un esempio numerico.

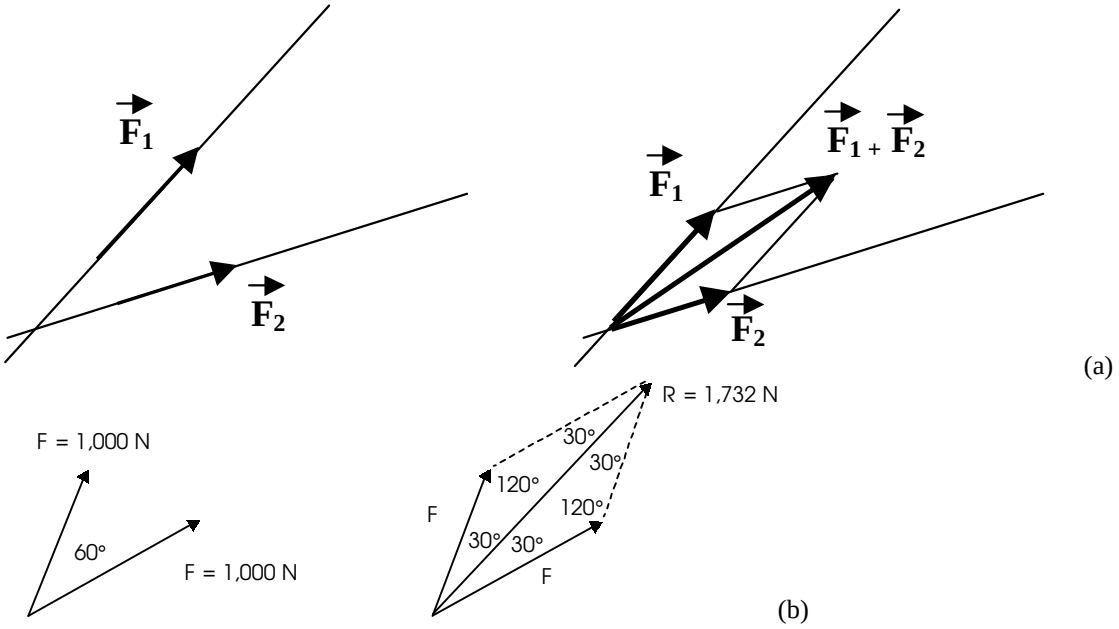


Figura 4 - Metodo del parallelogramma per determinare la forza *R* risultante di due forze concorrenti. *R* può essere determinata algebricamente o graficamente.

In Figura 5 viene mostrata una tecnica grafica per trovare la forza risultante di più forze con linee d'azione che si intersecano in un punto. I singoli vettori vengono disegnati, in scala, l'uno di seguito all'altro; l'ordine con cui si succedono non è importante. Tranne nel caso in cui la forza risultante sia nulla, il poligono delle forze ottenuto da questa costruzione non è chiuso. Il lato di chiusura coincide con la risultante dei diversi vettori forza (la risultante è quel vettore che parte dalla coda del primo vettore e finisce alla punta dell'ultimo vettore accodato). La risultante, quindi, chiude il poligono delle forze. Questa tecnica, di tipo generale, discende dalla legge del parallelogramma delle forze. Un metodo algebrico di trovare la risultante di diverse forze applicate in un punto verrà discusso in seguito.

Pur essendo concettualmente molto semplici, gli approcci grafici per il calcolo della risultante di un sistema di forze sono estremamente potenti come strumenti di analisi. Storicamente, hanno trovato larga applicazione in virtù della loro semplicità. Le tecniche grafiche sono state utilizzate estesamente dai primi ricercatori nei loro tentativi di comprendere il comportamento di strutture complesse. La Figura 6 illustra un'analisi d'epoca, condotta con la tecnica grafica, di una struttura con archi.

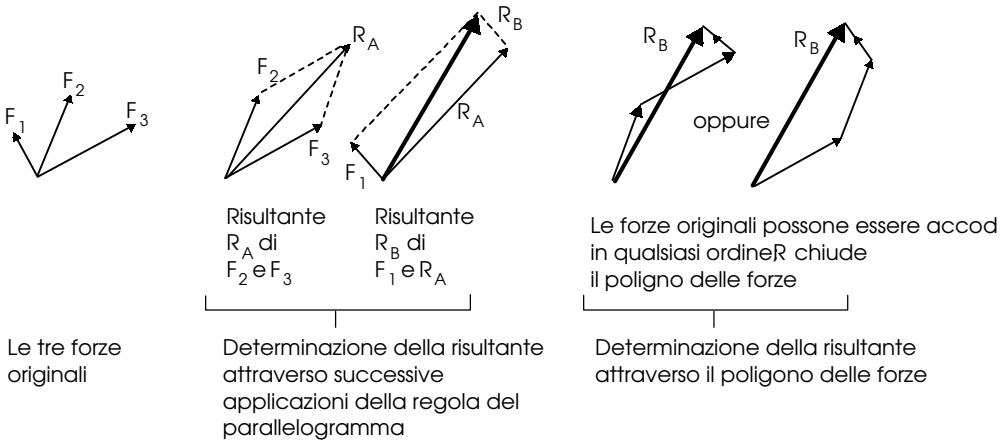


Figura 5 - Metodo grafico per trovare la risultante R_B di un sistema di forze concorrenti in un punto.

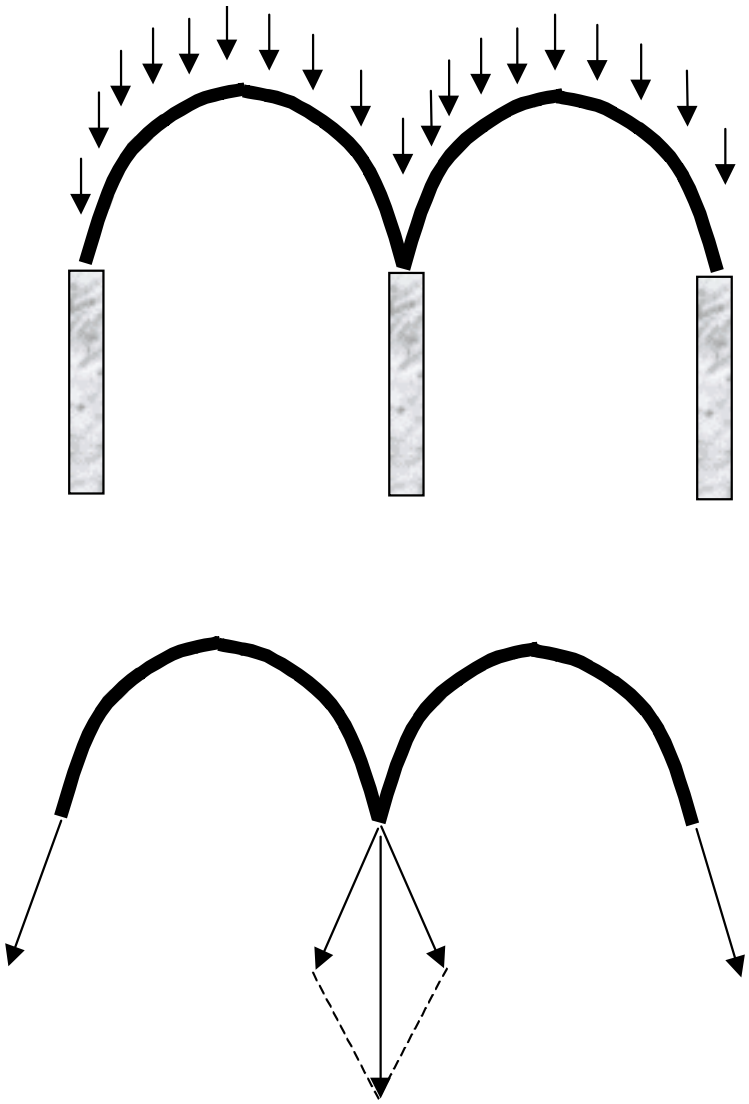


Figura 6 - Applicazione dei metodi grafici all'analisi di una struttura aon archi su colonne. Il peso gravante sugli archi si scarica sulle colonne secondo direzioni inclinate individuate dalle tangenti alla curva dell'arco; nei punti dove si incontrano due archi le spinte si compongono secondo la regola del parallelogramma a dare un risultante verticale, che comprime la colonna senza tendere a farla ribaltare con pericolose spinte laterali verso l'esterno.

Approfondire queste analisi nel dettaglio è al di fuori dello scopo di questo corso. Si può notare come le tecniche utilizzate siano estremamente semplici e basate sui concetti discussi. Le tecniche grafiche non vengono più utilizzate

estensivamente ma restano un modo estremamente elegante di guardare alle strutture e sono molto utili per sviluppare una intuitiva sensibilità sul fluire delle forze in una struttura.

3.2 Scomposizione e Composizione delle Forze

Un procedimento che discende direttamente dall'enunciato del parallelogramma delle forze è quello che permette di suddividere una singola forza in due, o più, forze separate costituenti un sistema di forze equivalente alla forza iniziale data. Questo procedimento viene spesso indicato come *scomposizione di una forza nei suoi componenti*.

Il numero di componenti nei quali una forza può essere scomposta è senza limiti (si veda la Figura 7). Nell'analisi strutturale è spesso conveniente risolvere una forza nelle sue componenti ortogonali, o cartesiane. Utilizzando un angolo retto, le componenti possono essere trovate utilizzando semplici funzioni trigonometriche. Quando una forza F viene risolta nelle sue componenti lungo gli assi x e y, le componenti divengono $F_x=F(\cos\theta)$ e $F_y=F(\sin\theta)$. Il processo può essere invertito quando F_x e F_y sono date e si desidera conoscere la forza risultante F: $F = \sqrt{F_x^{\,2}+F_y^{\,2}}$ e $\theta = \tan^{-1}(F_y/F_x)$.

Si noti che le componenti cartesiane vengono utilizzate solamente per una questione di convenienza. Un rettangolo non è altro che una forma particolare di parallelogramma. La Figura 7 illustra

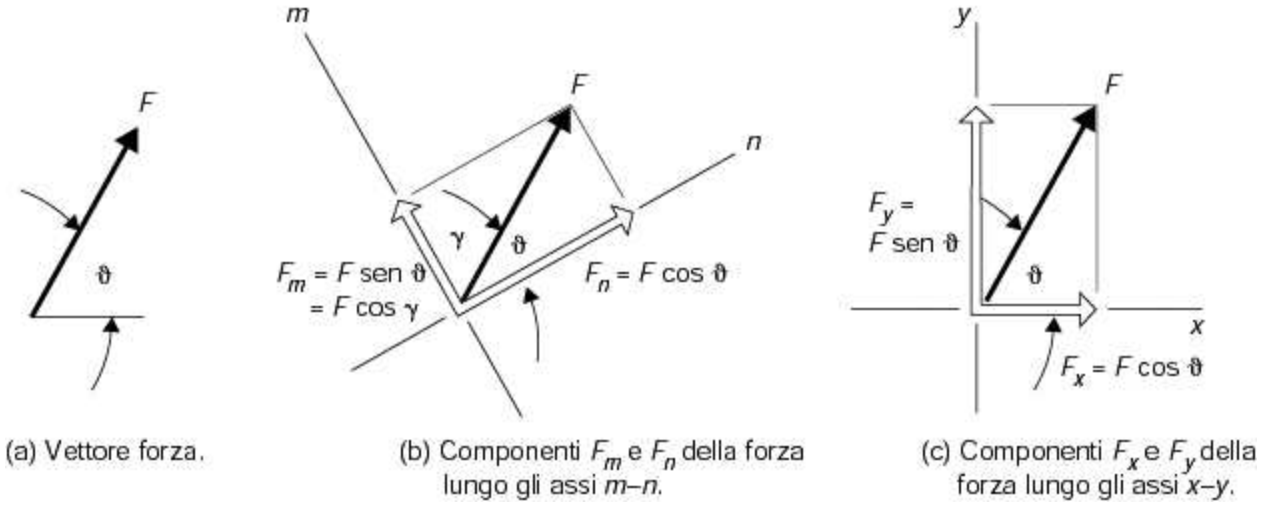


Figura 7 - Scomposizione di una forza nelle sue componenti.

diverse manipolazioni delle componenti. Per esempio, una forza F = 500 N che agisce a 30° dall'orizzontale ha componenti di F_x = 500 cos 30° = 433 N e F_y = 500 sin 30° = 250 N. Oppure, si assuma che due forze agiscano ortogonalmente l'una all'altra ed abbiano valori di 100 e 200 N, rispettivamente. La risultante di queste due forze è data da $R = \sqrt{F_x^{\,2}+F_y^{\,2}} = \sqrt{(100)^2+(200)^2}$ = 223.6 N; $\theta = \tan^{-1}(100/200)$ = 26.6°. Ovviamente, è possibile determinare le componenti di una forza anche in tre dimensioni, altrettanto semplicemente così come in due.

♦ ♦ ESEMPIO

Si determinino le componenti lungo gli assi x e y di una forza F di 1000 N che agisce ad un angolo ϕ = 30° con l'asse x.

Soluzione:

$F_x = F\cos\phi$ = 1000 cos 30° = 866.6 N
$F_y = F\sin\phi$ = 1000 sen 30° = 500 N

Alternativamente, se è noto che le componenti di una forza F sono ortogonali e hanno valori di 866.6 N e 500 N lungo gli assi x e y, rispettivamente, come si potrebbe trovare il modulo (intensità) e la direzione della forza F?

$$F = \sqrt{F_x^{\,2}+F_y^{\,2}} = \sqrt{(866.6)^2+(500)^2} = 1000 \text{ N}$$

$$\tan \phi_x = 500/866.6 = 0.57 \qquad \therefore \qquad \phi_x = 30°$$

oppure:

$$\phi_x = \tan^{-1} 500/866.6 = 30°$$

$$F = F_x/\cos \phi_x = 866.6/\cos 30° = 1000 \text{ N}$$

♦

3.3 Sistemi Staticamente Equivalenti – forze concorrenti in un punto

Applichiamo il concetto di equivalenza statica per semplificarci la vita: la forza risultante, vista nel paragrafo precedente, per esempio, è *staticamente equivalente* al sistema di forze da cui viene derivata.

La serie di diagrammi in Figura 8 illustra il procedimento per determinare la singola forza risultante che è staticamente equivalente ad un sistema di forze complanari concorrenti. Le *forze concorrenti* agiscono attraverso lo stesso punto e quindi non producono un effetto rotazionale attorno a quel punto (i loro momenti sono nulli). Il processo algebrico illustrato si basa sulla scomposizione di ciascuna forza nelle sue componenti (F_x ed F_y) e sulla somma algebrica delle componenti agenti nella stessa direzione. La forza risultante viene infine data da $R = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$ ed il suo orientamento da $\theta_x = \tan^{-1}\left(\Sigma F_y / \Sigma F_x\right)$.

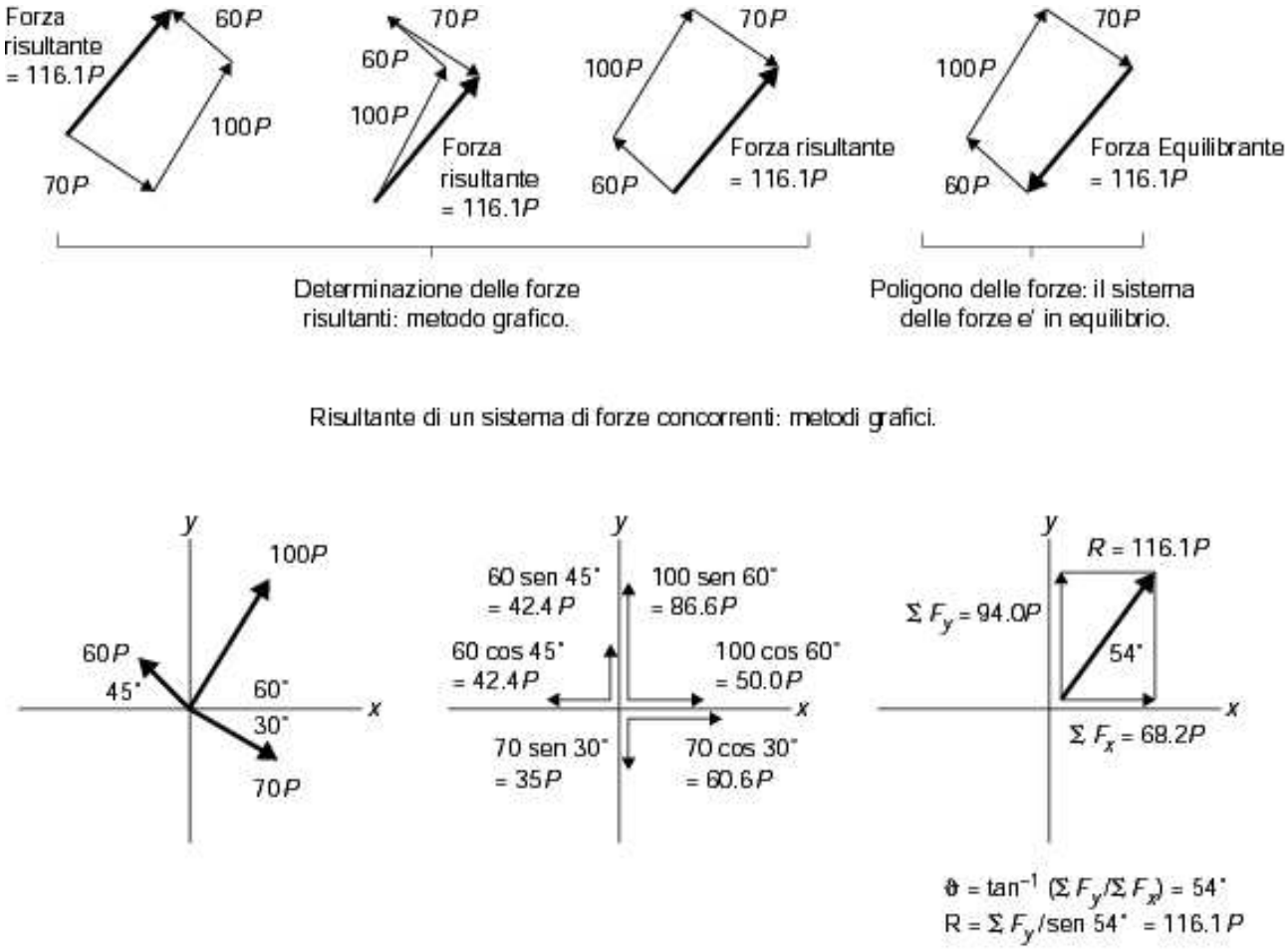


Figura 8 - Sistemi di forze concorrenti.

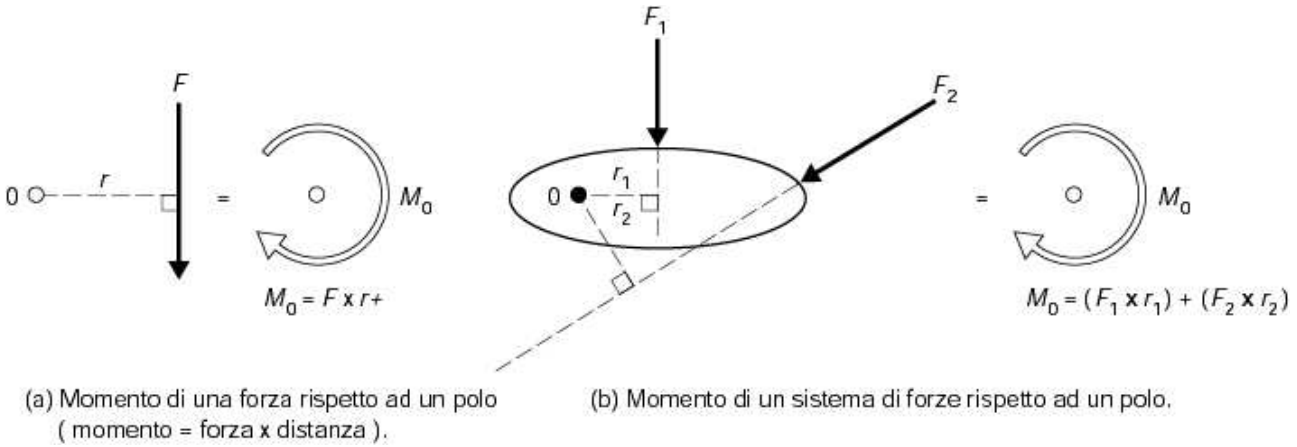


Figura 9 - Momenti.

4 Momenti

Momento di una Forza. Una forza applicata ad un corpo tende a causare non solo una traslazione del corpo nella direzione della forza ma, a seconda del punto di applicazione, anche una tendenza a ruotare. Questa tendenza a produrre rotazioni viene chiamata il *momento* della forza (si veda la Figura 9). Considerando un punto o una linea, l'intensità (il modulo) di questo momento è equivalente al prodotto del modulo della forza moltiplicato per la distanza, misurata perpendicolarmante, del punto, o della linea in esame, dalla *retta d'azione* della forza. Il momento M di una forza F attorno al punto (polo) O è quindi semplicemente $M_O = F \times r$, dove r è la distanza della retta d'azione di F dal punto O misurata perpendicolarmente alla retta d'azione di F; r viene spesso chiamato *braccio della forza*. Un momento ha un'unità di misura data da una forza moltiplicata per una lunghezza (N • m o ft-lb). Una forza di 1000 N con retta d'azione alla distanza di 5 m da un punto produce un momento $M = F \times r$ =1000 N × 5 m = 5000 Nm. Come illustra il seguente esperimento, la tendenza a ruotare può essere sia oraria che antioraria: si blocchi il corpo con uno spillo passante per il puto O e si faccia agire la forza della quale si vuole considerare il momento rispetto ad O, poi si cambi il verso della forza e si ripeta l'esperimento.
In termini generali, il momento di una forza **F** rispetto ad un punto O (che si chiama polo), si ottiene dal prodotto vettoriale del vettore che definsce la posizione di un qualsiasi punto P sulla retta d'azione della forza, rispetto al polo, per il vettore forza stesso:

$\mathbf{M}_O$ = (P-O) ^ **F**

Se, in un sitema di riferimento cartesiano, il polo O ha coordinate xO, yO, zO, il punto P ha cooridinate xP, yP, zP, la forza F ha componenti Fx, Fy, Fz, allora il momento **M** vale:

$$\mathbf{M}_O = (P\text{-}O) \wedge \mathbf{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ (x_P - x_O) & (x_P - x_O) & (x_P - x_O) \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Nel caso ci si limiti a considearere solo forze nel piano XY e si considerino solo i momenti attorno a punti dello stesso piano, si ha:

$$\mathbf{M}_O = (P\text{-}O) \wedge \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ (x_P - x_O) & (y_P - y_O) & 0 \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \mathbf{k}\,[(x_P\text{-}x_O)F_y\text{-}(y_P\text{-}y_O)F_z]$$

L'unica componente non nulla del vettore $\mathbf{M}_O$ è quella lungo l'asse z. La componente lungo z del momento $\mathbf{M}_O$ misura l'effetto rotazionale attorno ad un asse passante per O e parallelo all'asse z. In questo caso si puo' trattare questa unica componente non nulla come se fosse una grandezza scalare, non solo, è anche possibile accordarsi se considerala positiva quando le rotazioni che la forza F tende ad indurre sono orarie, oppure quando sono antiorarie. La convenzione sul verso dei momenti positivi (delle rotazioni che F tende ad indurre) viene, di solito, specificata all'inizio degli esercizi.

Momento di un Carico Distribuito. Nell'analisi strutturale è spesso necessario determinare il momento di carichi continui, o distribuiti, che agiscono sui corpi. Si consideri il carico continuo avente l'intensità costante w = kN/m o lb/ft illustrato nella Figura 9. Una porzione elementare del carico $w\,dx$, produce un momento attorno il polo 0 pari a $(x)w\,dx$. Il momento totale dell'intero carico attorno al punto 0 è quindi $M_0 = \int_0^L wx\,dx = wL^2/2$. Si noti che è possibile ottenere lo stesso momento immaginando che il carico distribuito sia sostituito con un carico concentrato equivalente, agente nel centro di massa del carico distribuito. Nel caso mostrato, il carico equivalente è wL [i.e., (w kN/m)(L m) = wL kN], che può essere considerato come agente a L/2. Il momento di questo sistema di forze equivalente è $M_0 = (wL)(L/2) = wL^2/2$, che è lo stesso momento ottenuto da $M_0 = \int_0^L wx\,dx$. Per esempio, per l'elemento mostrato in Figura 10, un carico uniforme

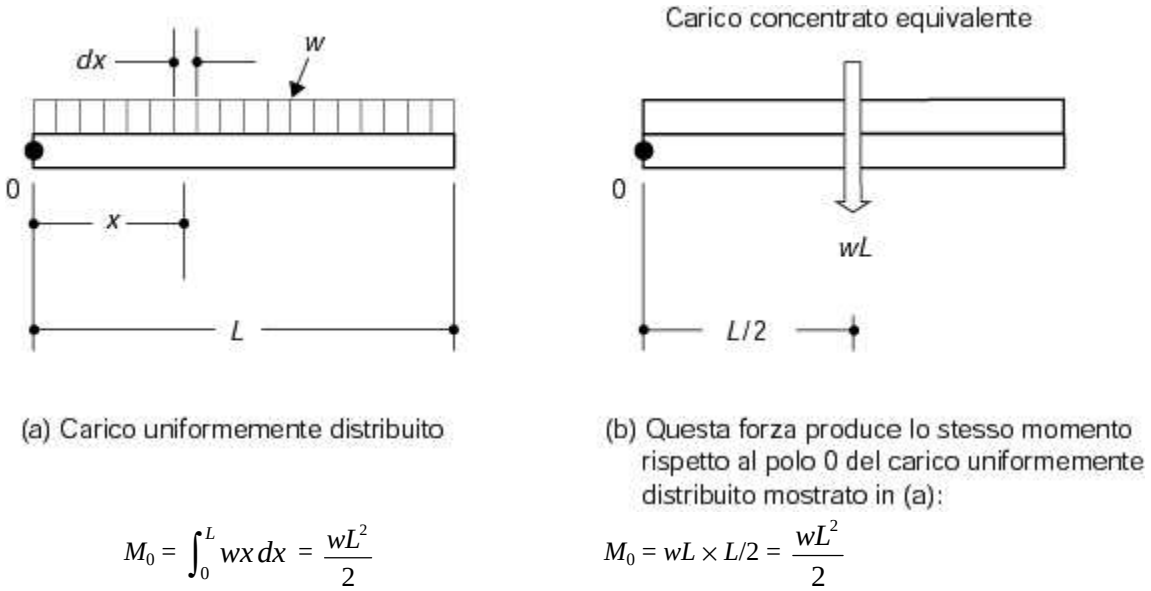


Figura 10 - Momento di un carico distribuito.

di 100 kN/m applicato su un elemento di lunghezza 20 m produce il seguente momento attorno al polo 0: $M_0 = wL^2/2$ = (100 kN/m)(20 m)^2/2 = 20000 kNm. Oppure, $M_0 = (wL)(L/2)$ = (100 kN/m)(20 m)(10 m) = 20000 kNm.

♦

Momenti dovuti a più Forze. Gli effetti rotazionali prodotti da più forze attorno allo stesso punto o linea sono semplicemente la somma algebrica dei loro momenti individuali attorno al medesimo punto o linea. Quindi, $M_O = (F_1 \times r_1) + (F_2 \times r_2) + \ldots + (F_n \times r_n)$.

Momenti attorno ad una retta. Per un corpo rigido, sul quale agisce un sistema di forze non complanari, l'effetto rotazionale attorno ad una retta è lo stesso che si avrebbe considerando solo le componenti delle forze agenti nel piano ortogonale alla retta in questione. Per un sistema di forze parallele, ma non complanari, l'effetto rotazionale attorno ad una retta è lo stesso che si avrebbe se tutte le forze agissero in uno stesso piano.

Momento di una Coppia. Una *coppia* è un sistema di forze costituito da due forze, uguali in modulo e direzione ma di verso opposto, aventi rette d'azione parallele e non coincidenti ($\vec{\ }$ $\overleftarrow{\ }$). Una coppia causa solo un effetto rotazionale su un corpo e non causa alcuna traslazione. Si può dimostrare che il momento di una coppia è indipendente dal polo rispetto al quale viene calcolato. L'intensità (il modulo) dell'effetto rotazionale prodotto da una coppia su di un corpo è anch'esso indipendente dal punto di applicazione della coppia sul corpo. Il momento di una coppia è semplicemente il prodotto di una delle due forze per la distanza (misurata perpendicolarmente) tra le rette d'azione.

5. Risultante del generico sistema di forze nel piano

Nel caso più generale le n forze che costituiscono un sistema di forze applicate ad un corpo rigido nel piano non sono concorrenti in un punto. In tal caso la risultante è definita come segue: è la forza che ha i medesimi effetti di traslazione

e rotazione sul corpo che ha l'intero sistema di forze. Pertanto la risultante è *staticamente equivalente* al sistema di forze di partenza.

La risultanti ha componenti R_x e R_y rispetto ad un riferimento ortogonale cartesiano x,y, e un momento rispetto a un generico punto O del piano, pari a:

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} F_{xi}$$

$$R_y = \sum_{i=1}^{n} F_{yi}$$

$$M_{(o)} = \sum_{i=1}^{n} F_i\, d_i = \sum_{i=1}^{n} F_{xi}\, d_{xi} + \sum_{i=1}^{n} F_{yi}\, d_{yi}$$

dove si sono indicate con F_{xi} e F_{yi} le componenti delle forze rispetto agli assi x e y, d_i le distanze delle rette di azione delle forze dal punto O, d_{xi} e d_{yi} le distanze delle componenti dirette secondo x e y rispettivamente (nota bene d_{xi} è paralella a y e d_{yi} è parallela a x).

Teorema di Varignon
Avendo la risultante lo stesso effetto di rotazione gloale rispetto al punto O dell'intero sistema vale il seguente Teorema di Varignon:

$$M_{(o)} = \sum_{i=1}^{n} F_i\, d_i = \sum_{i=1}^{n} F_{xi}\, d_{xi} + \sum_{i=1}^{n} F_{yi}\, d_{yi} = R\, d$$

dove R è il modulo della risultante, e d la distanza della risultante dal punto O.

È possibile determinare anche una singola forza staticamente equivalente ad un sistema di forze *non concorrenti* (forze non si intersecano nello stesso punto). Il procedimento viene illustrato nel documento "esercizi sui sistemi di forze"

Caso particolare: il sistema di forze parallele
La definizione data sopra di risultante trova un'applicazione semplice e importante ai fini pratici, nel calcolo della risultante di un sistema di forze parallele. In tal caso una delle due componenti di ciascuna forza nel riferimento ortogonale è nulla, e pertanto le realzioni si semplificano come segue:

$$R = \sum_{i=1}^{n} F_i$$

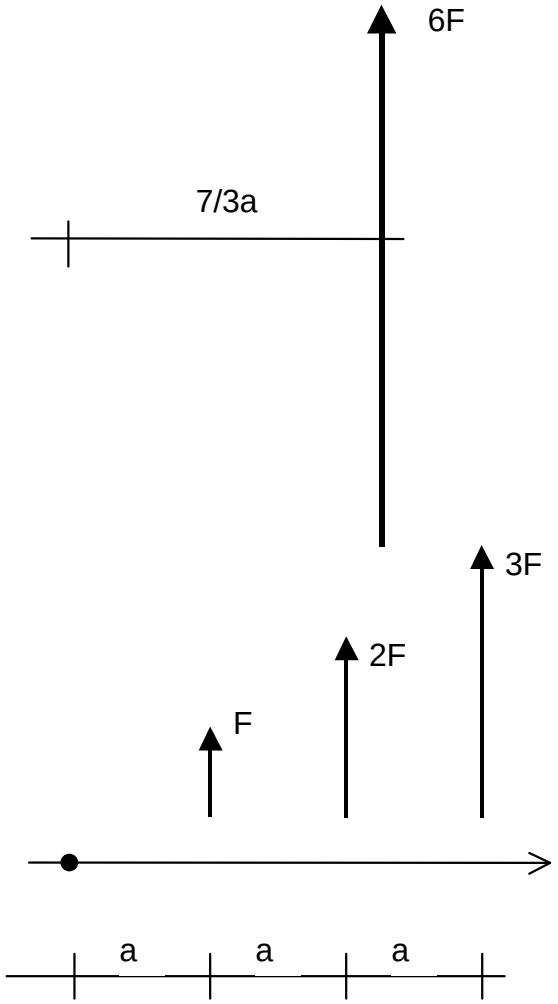
$$M_{(o)} = \sum_{i=1}^{n} F_i\, d_i$$

Inoltre l'applicazione del teorme di Varignon da la distanza della risultante dal punto di riferimento:

$$d = M_{(o)} / R$$

♦ ♦ **ESEMPIO**

Dato un sistema di forze:



R = F + 2F + 3F
$M_{(o)}$ = F a + 2 F 2a + 3 F 3a = 14 F a

d = 14Fa / 6F = 7/3 a

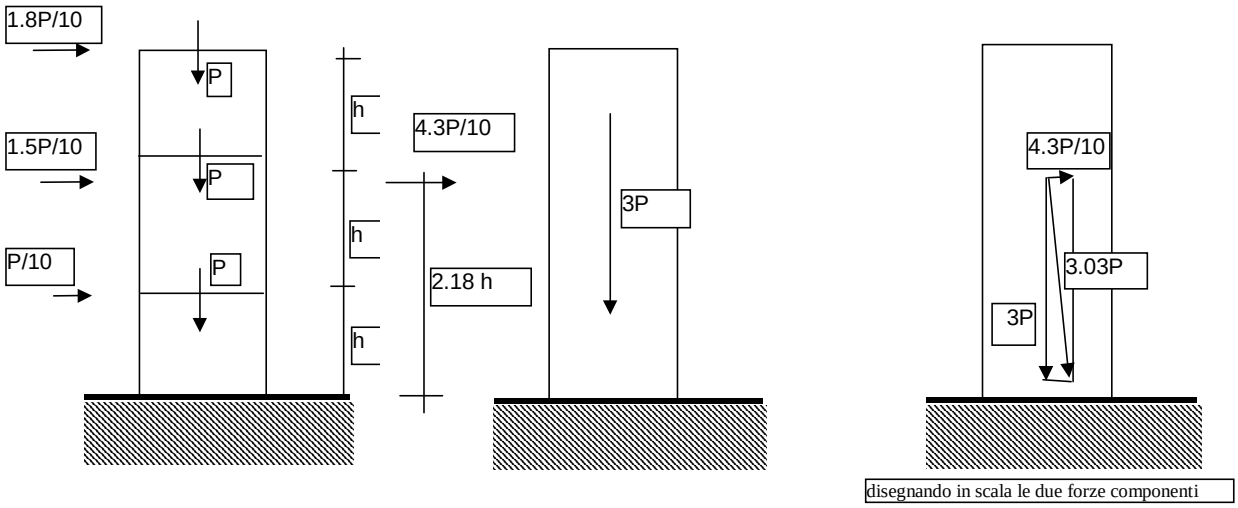
Ovviamente la risultante agisce lungo una direzione spostata verso la forza di intensità maggiore, rispetto alla forza al centro del sistema

♦

E' facile verificare con tali relazioni che un sistema di forze parallele equiverse uguali tra loro e disposte in modo simmetrico rispetto ad un asse hanno la risultante sull'asse di simmetria.

♦ ♦ **ESEMPIO**

Questo esempio riassume gli effetti dei carichi verticali e orizzontali su una semplice costruzione a due piani , con il peso dei solai pari a P e le forze orizzontali (vento, sisma) espresse come frazioni del peso dell'impalcato.



R_x = P/10 (1 + 1.5 + 1.8) = 0.43 P
$M_{(o)}$ = P/10 h + 1.5 P/10 2h + 1.8 P/10 3h = 0.94 F a
d = $M_{(o)}$ / R = 2.18 h

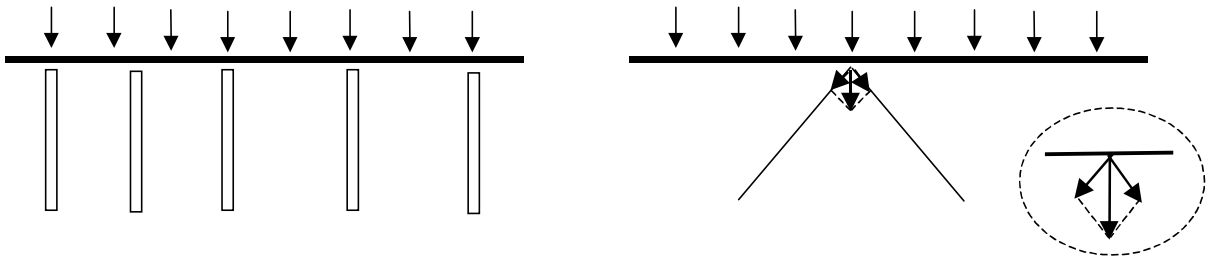
R_y = 3P

R= $\sqrt{(0.43P)^2 + (3P)^2}$ = 3.03 P

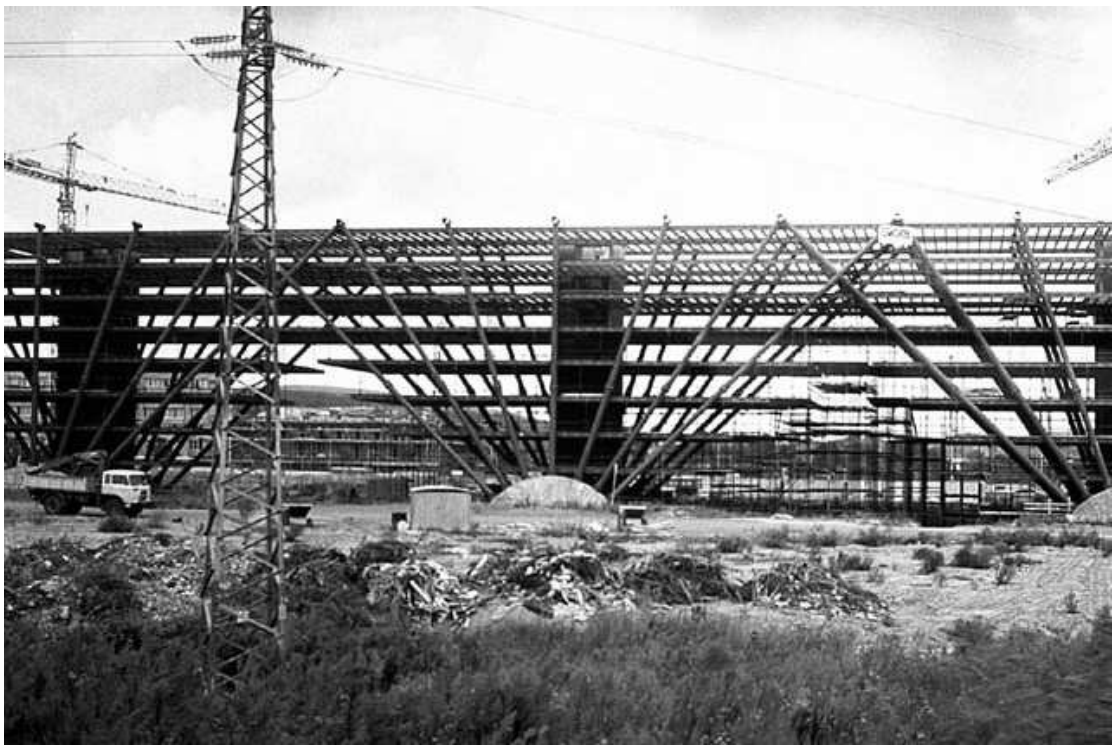
Nota: In molti degli studi che verranno affrontati di semplici costruzioni, l'effetto dei carichi è riconducibile ad una risultante orizzontale e una verticale (ciascuna risultante di un sistema di forze parallele), ovvero un'unica risultante R. Rispetto ad un punto sull'asse di simmetria verticale, alla base della costruzione, l'effetto di rotazione (momento del sistema) è dovuto interamente ai carichi orizzontali, che oltre a dare una spinta tendono a ribaltare la costruzione.

ESEMPIO DI APPLICAZIONE ALLA PROGETTAZIONE STRUTTURALE

Il problema di realizzare degli implacati che costituiscano le superfici dei piani di un edificio, pone l'esigenza di trasferire a terra i carichi verticali raccolti da questi impalcati, ed il loro peso proprio. Una prima possibilità è il trasferimento a terra lunglo linee verticali (pilastri) Applicando invece il concetto si scomposizione di un vettore lungo due direzioni, è possibile pensare di trasferire a terra i carichi verticali lungo linee inclinate.



Tali direzioni possono poi essere orientate a raggiera a incontrarsi in punti di raccolta in corrispondenza al terreno, ottenendo l'architettura rappresentata nella figura che segue.



Va osservato come l'azione strutturale si esplica mediante la convergenza delle aste nei punti comuni, sia nella raccolta del carico ai piani, che nel trasferimento a terra nei basamenti. Inoltre le strutture orizzontali di piano collegano tra loro le aste singole, impedendo la loro rotazione rispetto alla base.

La forma dell'assemblaggio consente di creare una serie di "terrazze" che si affacciano sullo spazio compreso fra due fasci di elementi inclinati.